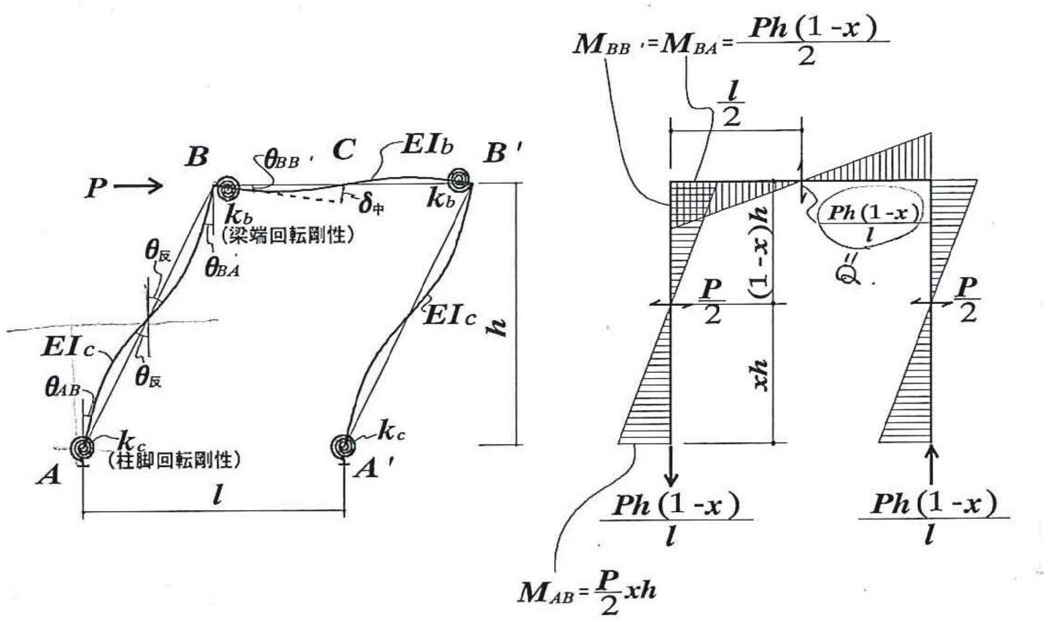
◎ 回転バネを有する1層門型ラーメンの水平力時の一般式の誘導



① θ_{AB}について

柱脚バネないと $\theta_{AB}=0$.

→ θ_{AB}は回転バネによる回転角

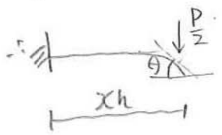
$\therefore M_{AB}=k_c\theta_{AB}$

$$\therefore \theta_{AB}=\frac{M_{AB}}{k_c}=\frac{\frac{P}{2}xh}{k_c}=\frac{Phx}{2k_c}$$

② $\theta_{反}$について

まず、柱脚固定、柱脚回転ばねないと、

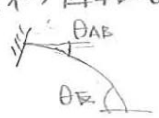
$\theta_{反}$は $l=xh$、先端荷重 $\frac{P}{2}$ の片持梁先端のたわみ角に等しい。



$$\therefore \theta=\int\frac{M\bar{M}}{EI_c}d\bar{x}=\int_0^{xh}\frac{1}{EI}\left(\frac{P}{2}\bar{x}\times 1\right)dx$$

$$=\left[\frac{P\bar{x}^2}{4EI_c}\right]_0^{xh}=\frac{Px^2h^2}{4EI_c}$$

これに、柱脚バネの回転 θ_{AB} が足しさったものが $\theta_{反}$となる。



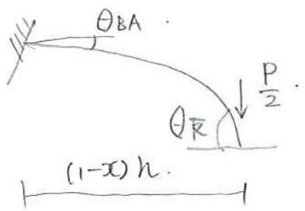
(固定端がθ_{AB}回転したものと考える)。

$$\therefore \theta_{反}=\theta_{AB}+\frac{Px^2h^2}{4EI_c}$$

$$=\frac{Phx}{2k_c}+\frac{Ph^2x^2}{4EI_c}$$

③ θ_{BA}について

θ_{BA}は



固定端がθ_{BA}回軸したスパン$(1-x)h$の片持梁の先端のたわみ角が$\theta_{反}$となってる。

$$\therefore \theta_{反}-\theta_{BA}=\int_0^{(1-x)h}\frac{M\bar{M}}{EI_c}d\bar{x}=\int_0^{(1-x)h}\frac{1}{EI_c}\left(\frac{P}{2}\bar{x}\cdot 1\right)d\bar{x}$$

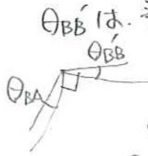
$$=\frac{P(1-x)^2h^2}{4EI_c}$$

$$\therefore \theta_{BA}=\theta_{反}-\frac{P(1-x)^2h^2}{4EI_c}=\frac{Phx}{2k_c}+\frac{Ph^2x^2}{4EI_c}-\frac{Ph^2(x^2-2x+1)}{4EI_c}$$

$$=\frac{Phx}{2k_c}+\frac{Ph^2(2x-1)}{4EI_c}$$

④ θ'_{BB}について

θ'_{BB}は、梁の回転ばねがなければ、節点は直角なので…



$\theta'_{BB}=\theta_{BA}$となる。

しかし、梁の回転ばねの回転$\left(\frac{M_{BB'}}{k_b}\right)$が生じるので

回転ばねによる回転角

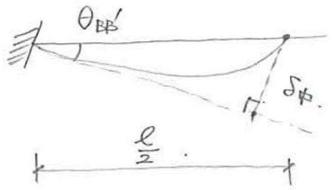
$$\therefore \theta_{BB'}+\left(\frac{M_{BB'}}{k_b}\right)=\theta_{BA}$$

$$\theta_{BB'}=\theta_{BA}-\frac{M_{BB'}}{k_b}$$

$$=\frac{Phx}{2k_c}+\frac{Ph^2(2x-1)}{4EI_c}-\frac{\frac{Ph(1-x)}{2}}{k_b}$$

$$=\frac{Phx}{2k_c}+\frac{Ph(x-1)}{2k_b}+\frac{Ph^2(2x-1)}{4EI_c} \quad \text{—ⓐ}$$

⑤ $\delta_{中}$について



$$\delta_{中}=\frac{l}{2}\sin\theta'_{BB}$$

$$\sin\theta=f(0)+f'(0)\theta+f''(0)\frac{\theta^2}{2}+\cdots$$

$\fallingdotseq \theta$

$$\therefore \delta_{中}=\frac{l}{2}\theta'_{BB}$$

$\delta_{中}$は、スパン$\frac{l}{2}$、先端荷重$=Q=\frac{Ph(1-x)}{l}$の片持梁のたわみに等しい。

$$\therefore \delta_{中}=\frac{Q\cdot\left(\frac{l}{2}\right)^3}{3EI_b}=\frac{\frac{Ph(1-x)}{l}\cdot l^3}{24EI_b}=\frac{Phl^2(1-x)}{24EI_b}$$

$$\therefore \theta_{BB'}=\frac{Phl^2(1-x)}{24EI_b}\Big/\frac{l}{2}=\frac{Phl(1-x)}{12EI_b} \quad \text{—ⓑ}$$

⑥ 反曲点高比 xの算定

θ'_{BB}の ⓐ, ⓑ式より

$$\frac{Phx}{2k_c}+\frac{Ph(x-1)}{2k_b}+\frac{Ph^2(2x-1)}{4EI_c}=\frac{Phl(1-x)}{12EI_b}$$

・2でわる

$$\therefore \frac{Phx}{k_c}+\frac{Ph(x-1)}{k_b}+\frac{Ph^2(2x-1)}{2EI_c}+\frac{Phl(x-1)}{6EI_b}=0$$

・Phでわる

$$\frac{x}{k_c}+\frac{x}{k_b}-\frac{1}{k_b}+\frac{hx}{EI_c}-\frac{h}{2EI_c}$$

$$+\frac{lx}{6EI_b}-\frac{l}{6EI_b}=0$$

$$x\left(\frac{1}{k_c}+\frac{1}{k_b}+\frac{h}{EI_c}+\frac{l}{6EI_b}\right)=\frac{1}{k_b}+\frac{h}{2EI_c}+\frac{l}{6EI_b}$$

$$\therefore x=\left(\frac{1}{k_b}+\frac{h}{2EI_c}+\frac{l}{6EI_b}\right)\Big/\left(\frac{1}{k_c}+\frac{1}{k_b}+\frac{h}{EI_c}+\frac{l}{6EI_b}\right)$$

⑦ 層間変位δ_Hの算定

仮想仕事法で算定する

1. 柱、梁の変形によるδ

$$\delta_1=\Sigma\int\frac{M\bar{M}}{EI}d\bar{x}=2\times\left[\int_0^{xh}\frac{\left(\frac{1}{2}\bar{x}\cdot\frac{P}{2}\bar{x}\right)}{EI_c}d\bar{x}+\int_0^{(1-x)h}\frac{\left(\frac{1}{2}\bar{x}\cdot\frac{P}{2}\bar{x}\right)}{EI_c}d\bar{x}+\int_0^{\frac{l}{2}}\frac{\left(\frac{h(1-x)}{l}\cdot\bar{x}\right)\left(\frac{Ph(1-x)}{l}\bar{x}\right)}{EI_b}d\bar{x}\right]$$

$$=\frac{2P}{EI_c}\left(\left[\frac{\bar{x}^3}{12}\right]_0^{xh}+\left[\frac{\bar{x}^3}{12}\right]_0^{(1-x)h}\right)+\frac{2}{EI_b}\left(\left[\frac{Ph^2(1-x)^2}{l^2}\cdot\frac{\bar{x}^3}{3}\right]_0^{\frac{l}{2}}\right)$$

$$=\frac{P}{6EI_c}\left((xh)^3+(1-x)^3h^3\right)$$

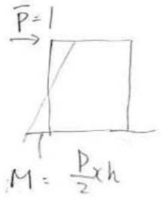
$$+\frac{2}{EI_b}\left(\frac{Ph^2(1-x)^2}{l^2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{l^3}{8}\right)$$

$$=\frac{Ph^3}{6EI_c}\left(x^3+(1-x)^3\right)$$

$$+\frac{Ph^2(1-x)^2l}{12EI_b}$$

2. 柱脚バネの回転による変形

仮想仕事法により算定する



$\bar{P}=1$

$M=\frac{P}{2}xh$

$$\therefore \delta\bar{P}=\frac{M\bar{M}}{k_c}\times 2ヶ所$$

$$M=\frac{P}{2}xh \qquad \bar{M}=\frac{1}{2}xh$$

$$\therefore \delta_2=\frac{P}{2k_c}h^2x^2$$

3. 柱頭バネの回転による変形

仮想仕事法により算定する

$$\delta_3=\frac{M\bar{M}}{k_b}\times 2(ヶ所)$$

$$M=\frac{Ph(1-x)}{2} \qquad \bar{M}=\frac{1h(1-x)}{2}$$

$$\therefore \delta=\frac{1}{2k_b}Ph^2(1-x)^2$$

したがって

$$\delta_H=\delta_1+\delta_2+\delta_3$$

$$=\frac{Ph^3}{6EI_c}\left\{x^3+(1-x)^3\right\}+\frac{Ph^2l(1-x)^2}{12EI_b}$$

$$+\frac{Ph^2x^2}{2k_c}+\frac{Ph^2(1-x)^2}{2k_b}$$